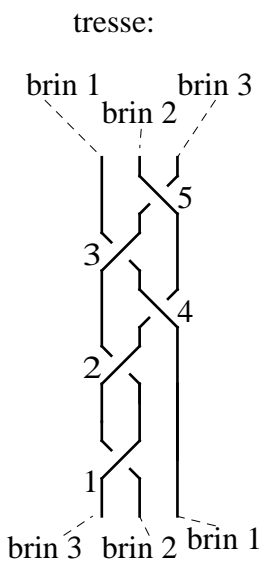


On sait qu'un noeud peut être considéré comme le bord d'une surface orientable (surface de Seifert) mais aussi - sans qu'il soit nécessaire de modifier sa présentation - comme le bord d'une autre surface, elle, non-orientable (surface d'empan étudiée par J.M. Vappereau). Il en est de même pour une tresse.

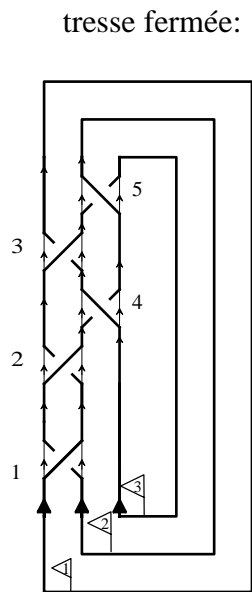
Cependant, la présentation en tresse suggère immédiatement le réseau de Seifert qui lui est associé. Ce réseau est constitué par les cercles de Seifert et les croisements qui connectent les cercles.

Pour dessiner les cercles de Seifert, on procède comme suit : Sur une tresse fermée dont les brins sont tous orientés dans le même sens, on ajoute deux liaisons supplémentaires au niveau de chaque croisement de façon à court-circuiter ce croisement tout en respectant l'orientation des brins. On obtient ainsi des cercles (respectivement rectangles !) formés par une succession de tronçons et de trajets en courts-circuits. Ces cercles sont les "cercles de Seifert" de la tresse.

Exemple: tresse à 3 brins



5 croisements (cr.)



2 composants (cp)

3 trois cercles de Seifert

(les courts-circuits apparaissent en traits plus fins)

cercle 1 :
départ en puis courts-circuits des croisements 1,2 ,3 et retour

cercle 2 :
départ en puis les courts-circuits des croisements 1,2,4,3,5 et retour

cercle 3 :
départ en puis les courts-circuits des croisements 4 et 5 et retour

Le nombre de cercles est égal au nombre de brins de la tresse.

Les cercles sont concentriques ("emboîtés") et de même sens.

cp 1 = succession des cr. 1.2.3.5.4.3.

cp 2 = succession des cr. 1.2.4.5

Dans la présentation en tresse, les raccourcis sont obtenus immédiatement : ils sont sur une même ligne verticale à partir du départ de chaque brin.

C'est pourquoi on peut dire que la présentation de la tresse suggère immédiatement les cercles de Seifert et par conséquent, le caractère orientable de la surface dont la tresse est le bord. Dans le cas des noeuds, la construction des cercles de Seifert est beaucoup moins évidente.

Les exemples des pages 2 à 8 montrent que dans un certain nombre de cas, les tresses et les noeuds sont topologiquement équivalents. Les présentations "en étages" mettent en évidence la propriété "orientable" des surfaces de Seifert dont la tresse est le bord.

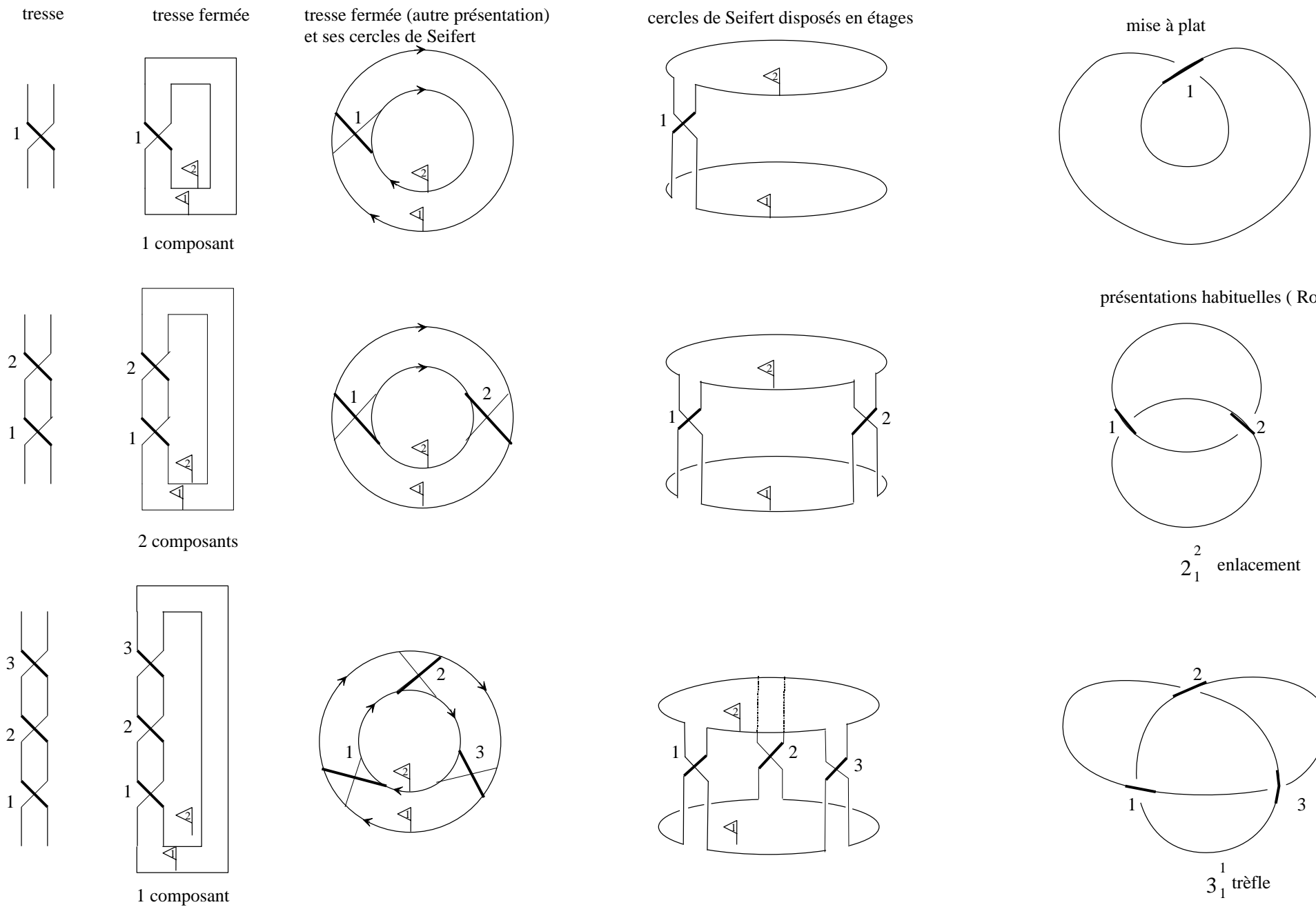
Tresses et noeuds ont les mêmes paramètres de structure malgré la différence de leur présentation ; leur nombre de composants et leur nombre de croisements et surtout leur réseau de Seifert sont identiques.

Il n'en est pas toujours ainsi: les tresses et les noeuds ont souvent des paramètres de structure différents.

Exemple : page 9 où le "noeud de Lacan" présenté en tresse possède 6 croisements au lieu de 5 dans la présentation habituelle du noeud et 3 cercles de Seifert au lieu de 4, dans la présentation habituelle.

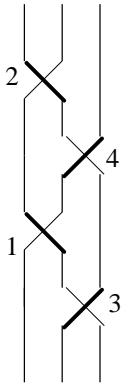
La question du passage de ces noeuds à une tresse n'est pas bien claire jusqu'à présent malgré la "Perestroïka" de Sossinsky.

Exemples de tresses à 2 brins avec diverses présentations

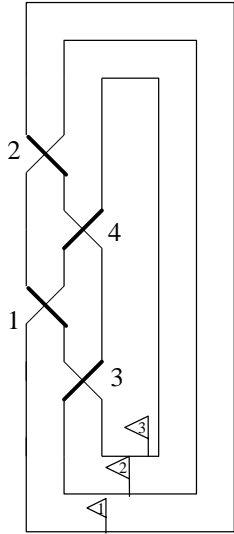


Exemple de tresse à 3 brins avec diverses présentations

tresse

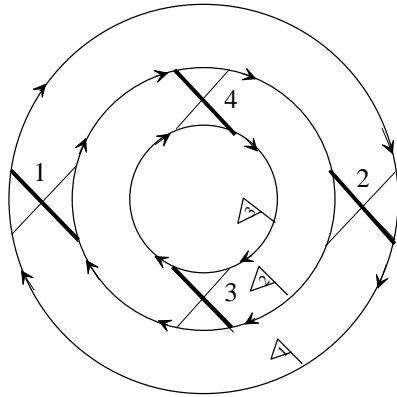


tresse fermée

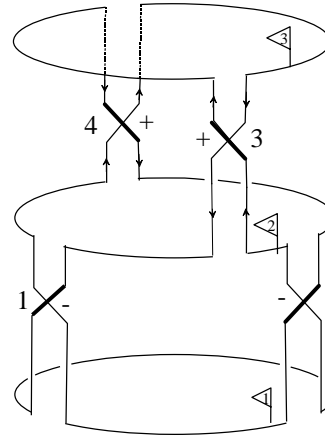


1 composant

tresse fermée (autre présentation) et ses 3 cercles de Seifert



cercles de Seifert disposés en étages

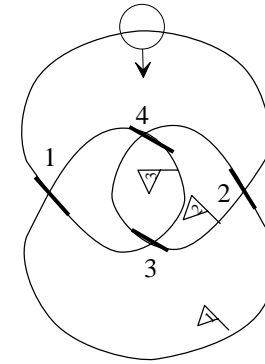


Attention : les "dessous-dessus" (ou les "devant-derrrière") dépendent de la position de l'observateur.

Dans le dessin en fausse perspective, il y a bien une alternance entre le cr. 3 et le cr. 4 malgré les apparences.

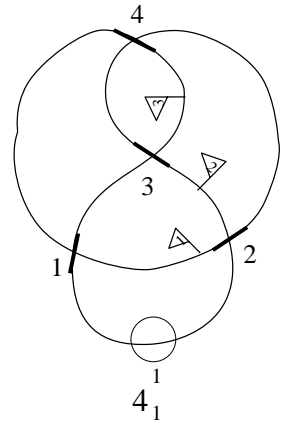
D'où l'intérêt d'utiliser la caractéristique ϵ du cr qui ne varie pas suivant la position de l'observateur.

mise à plat

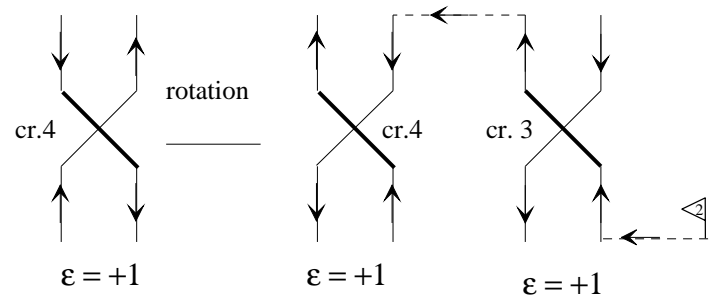


dual

présentation habituelle (Rolfsen)

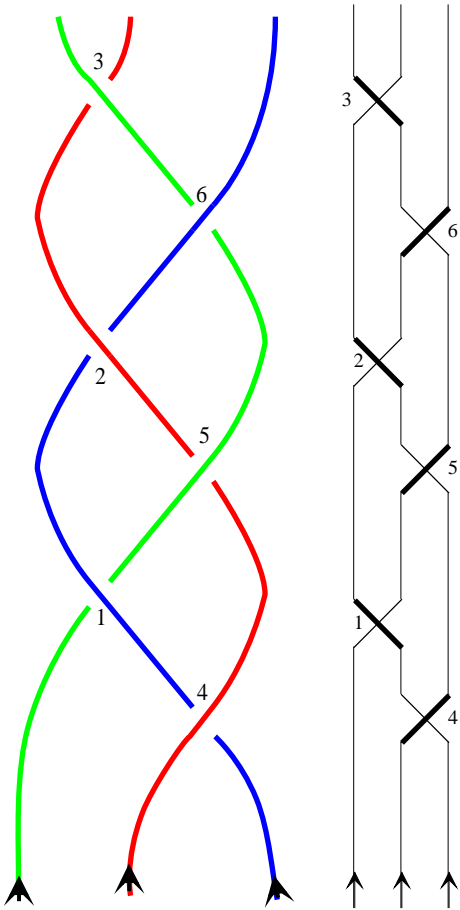


Noeud de huit (ou noeud de Listing)

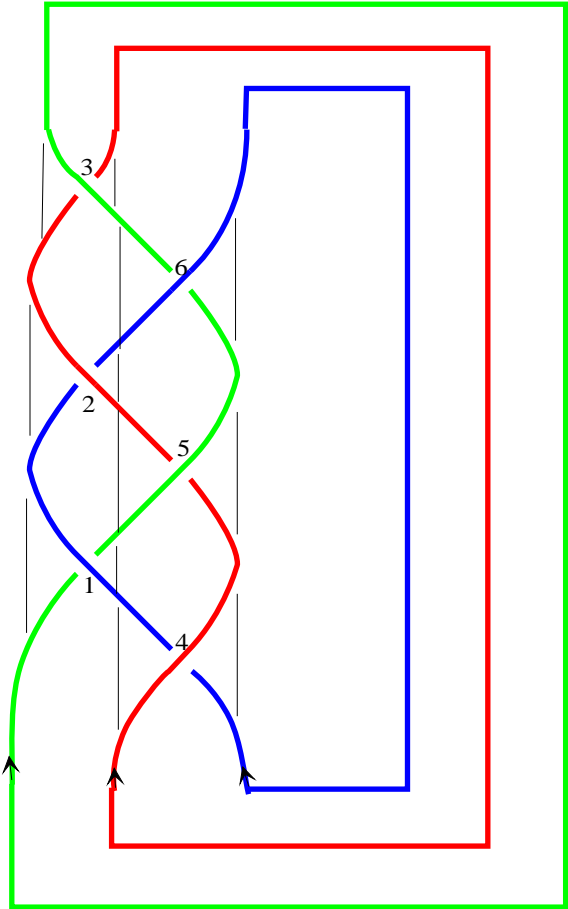


Tresses borroméennes à 3 brins et à 3 composants de noeud

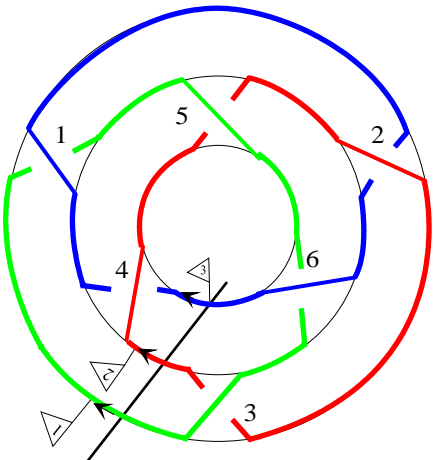
Tresse borroméenne



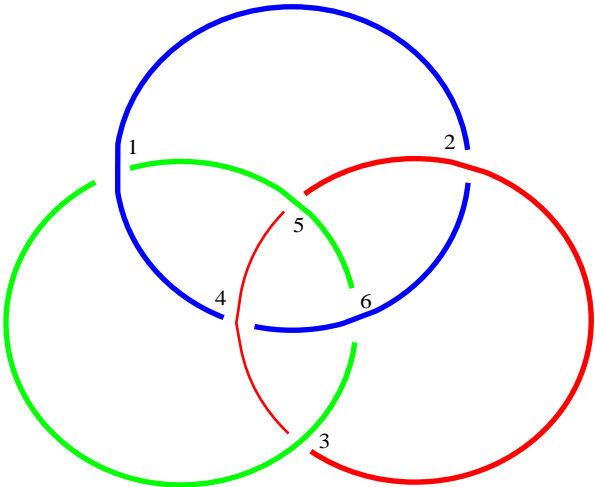
Tresse borroméenne fermée avec ses cercles de Seifert

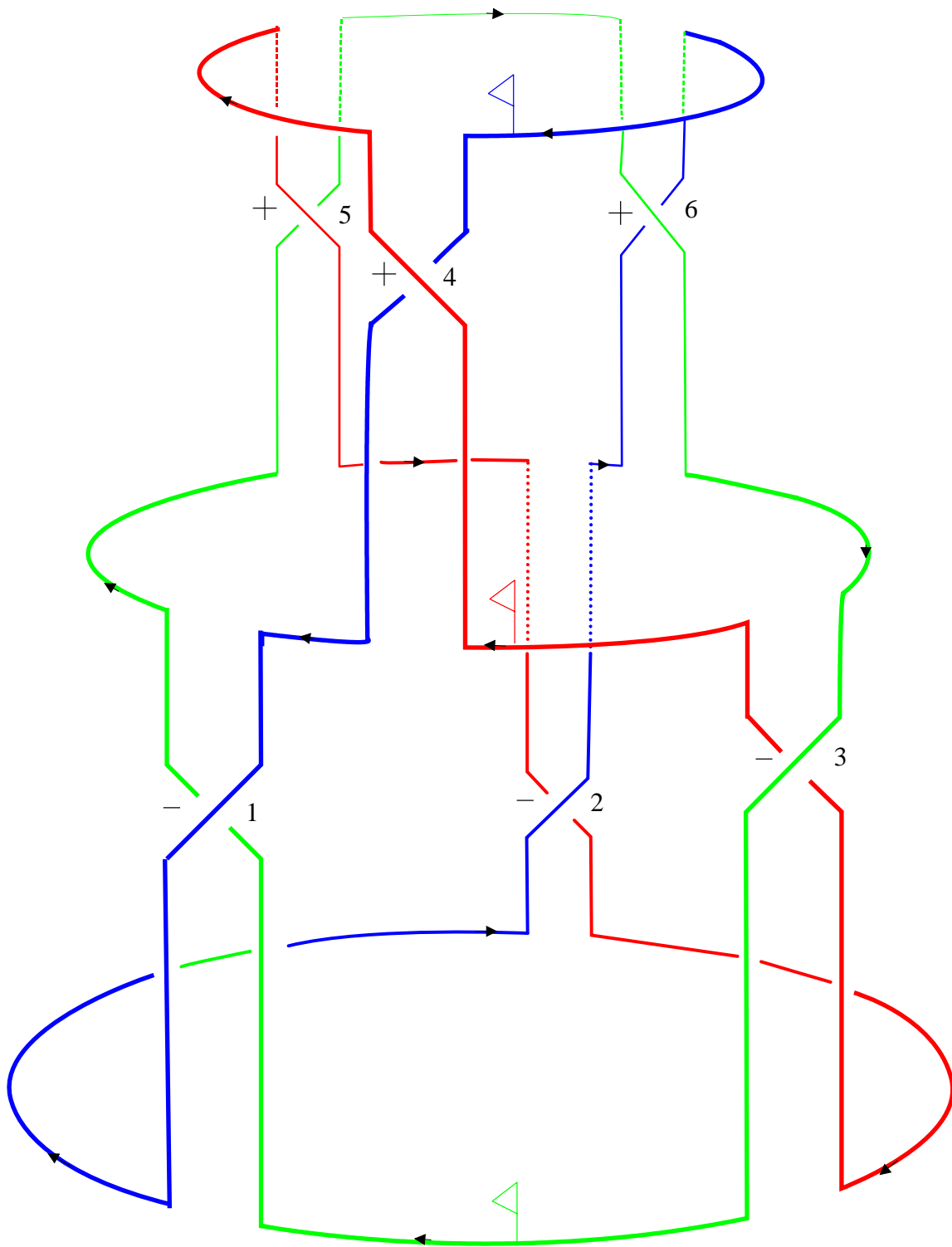


Tresse borroméenne fermée avec ses cercles de Seifert (autre présentation)

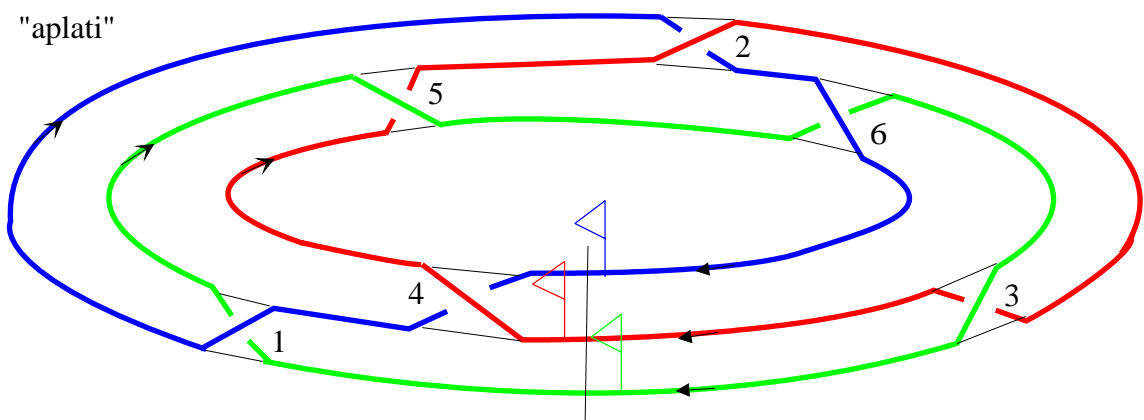


Noeud borroméen (présentation habituelle)

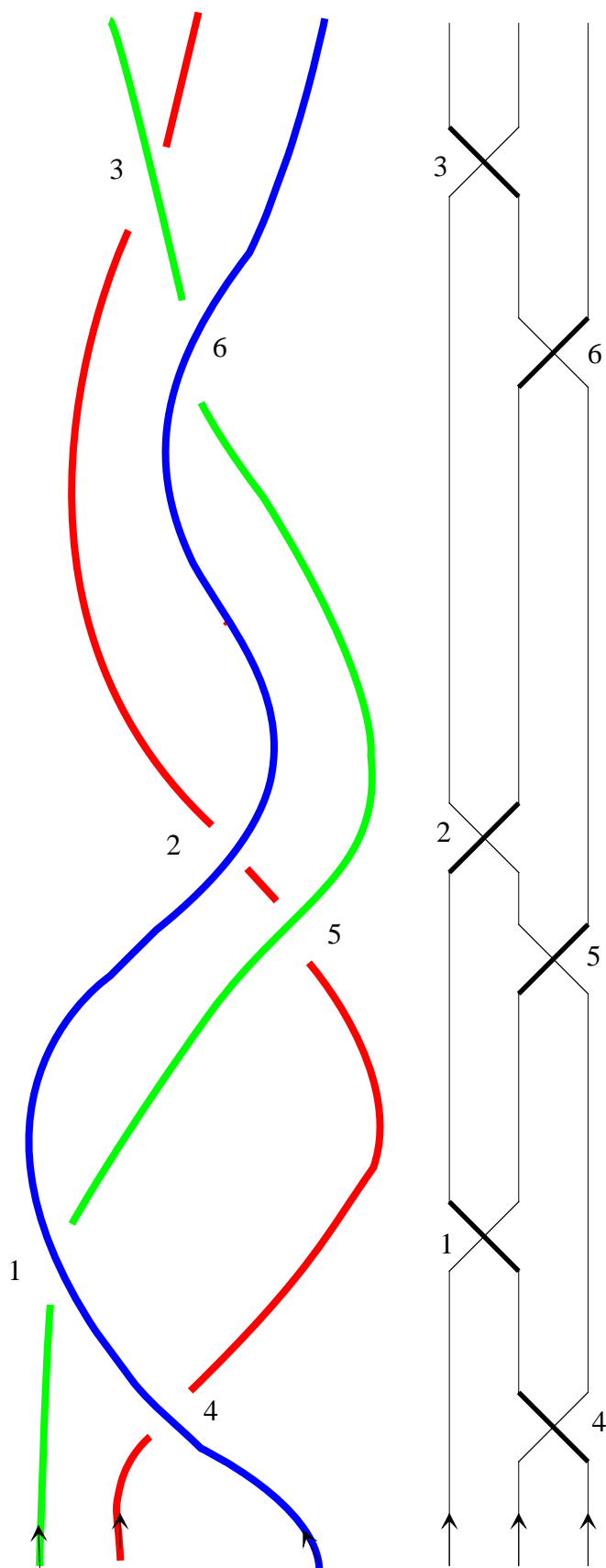




"aplati"

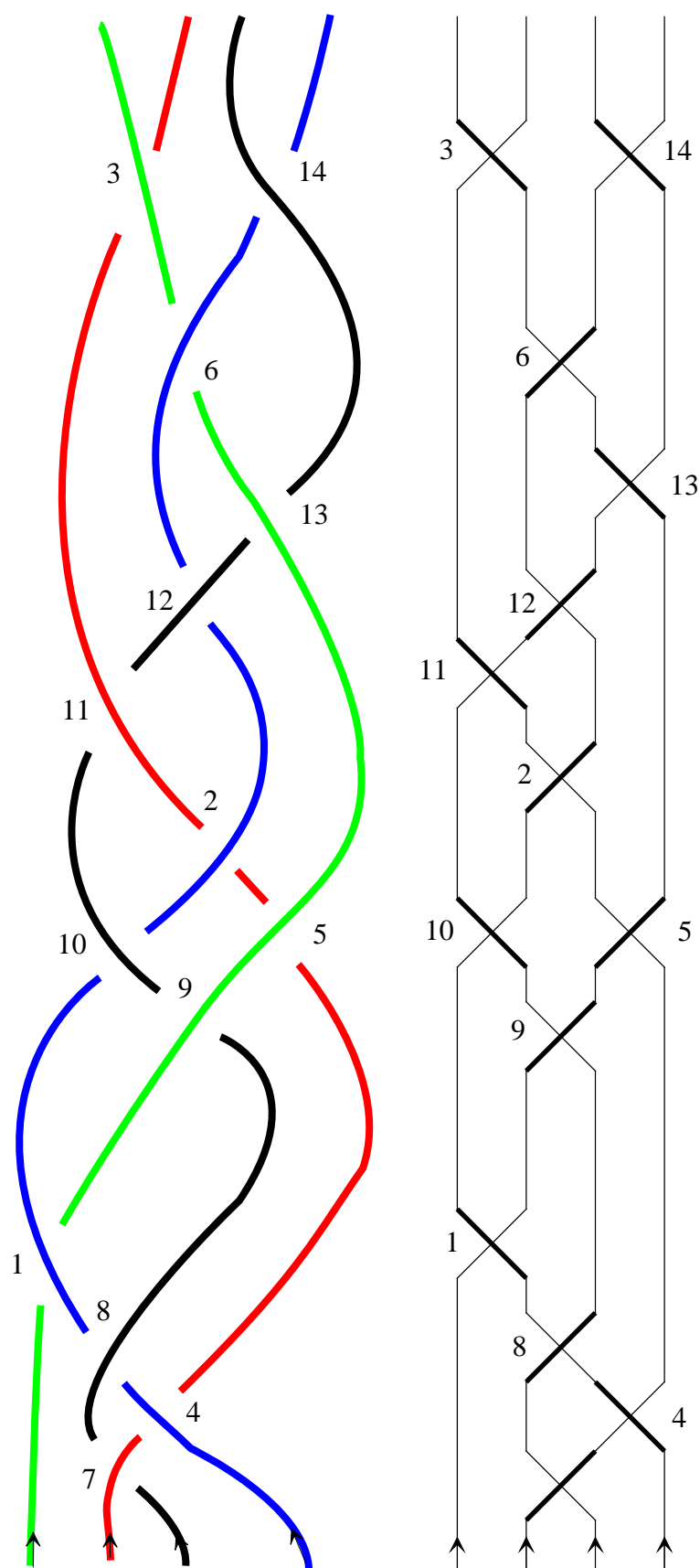


BORRO à 3 cp
RAT É



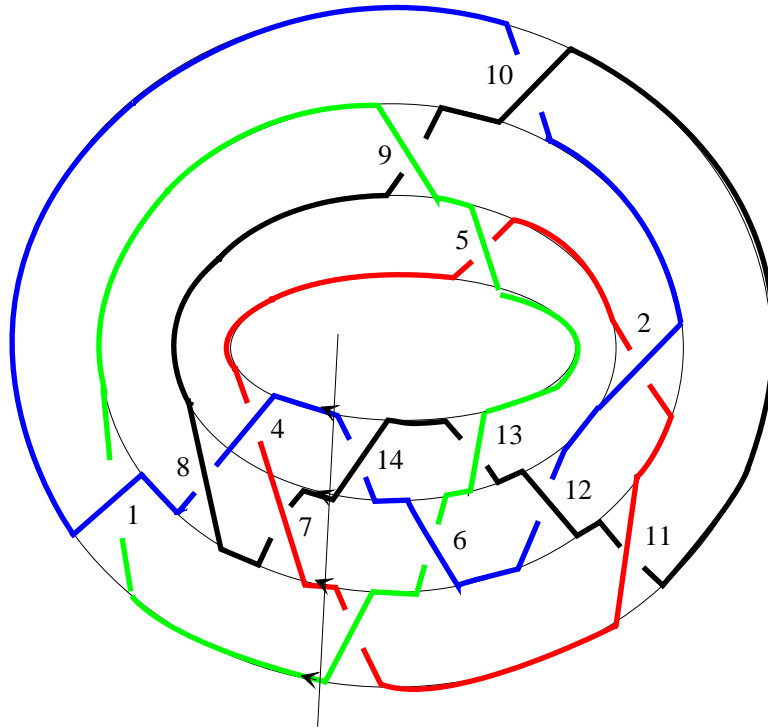
EN TRESSE

BORRO à 4 cp
Par réparation du borro raté

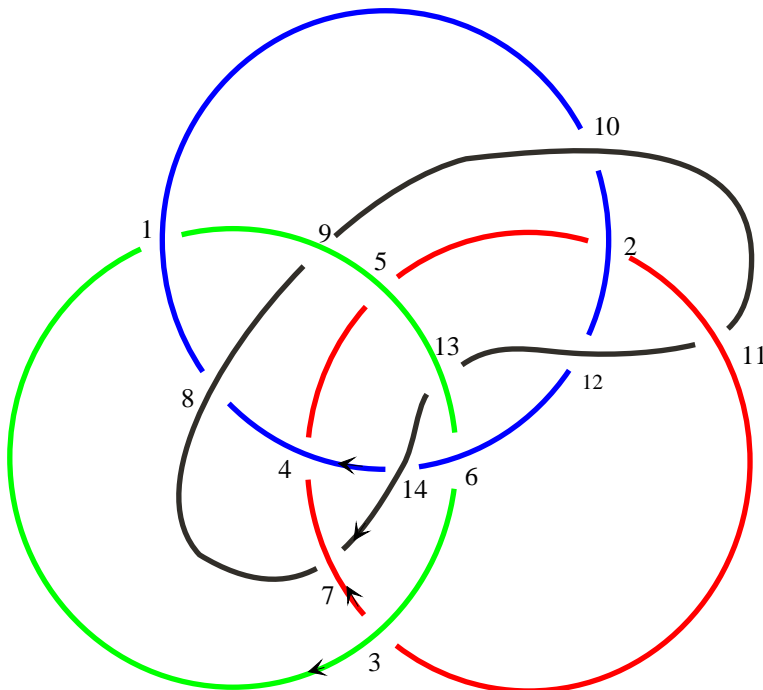


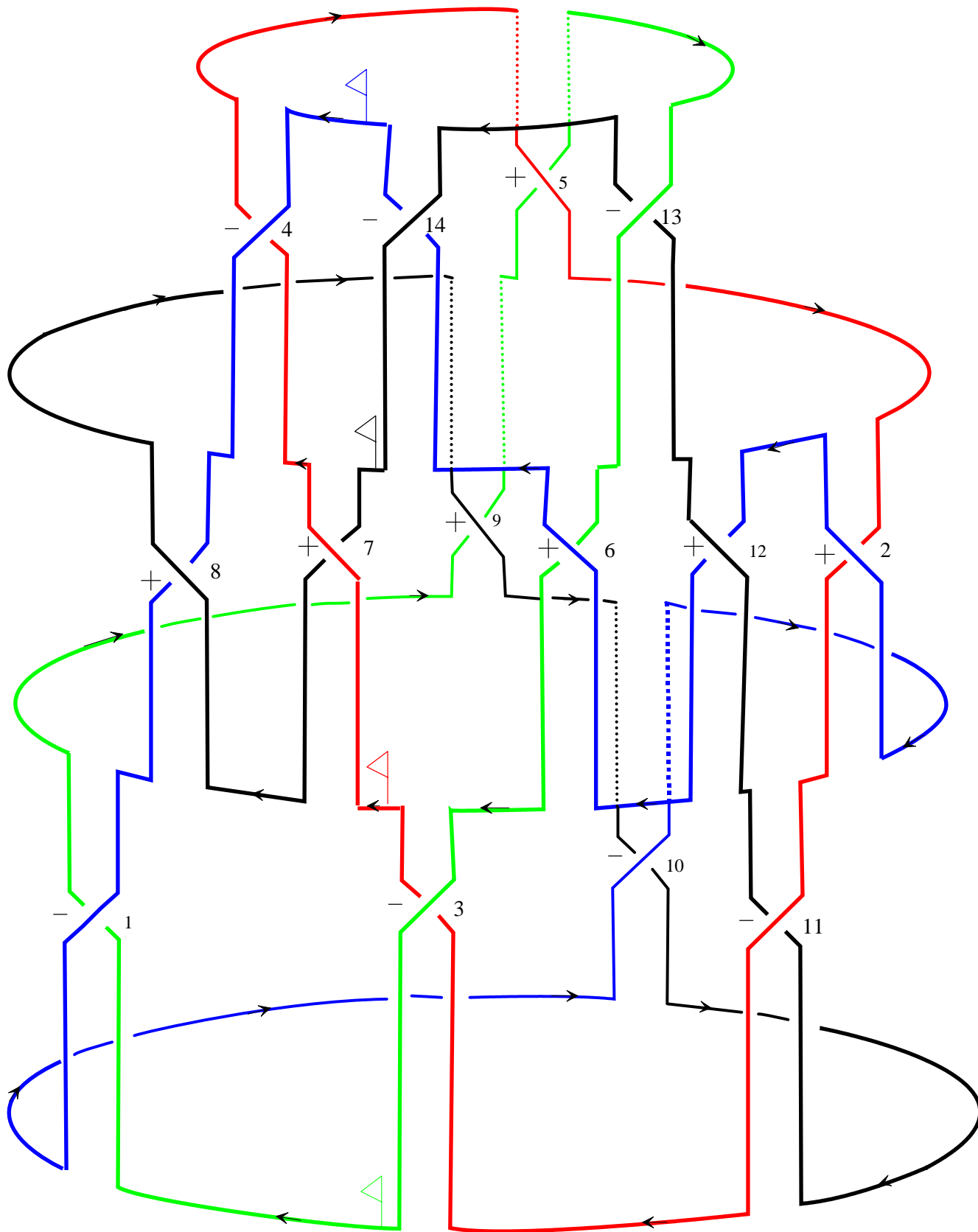
EN TRESSE

Tresse borroméenne fermée à 4 brins et à 4 composants de noeud
 et ses cercles de Seifert
 (autre présentation)

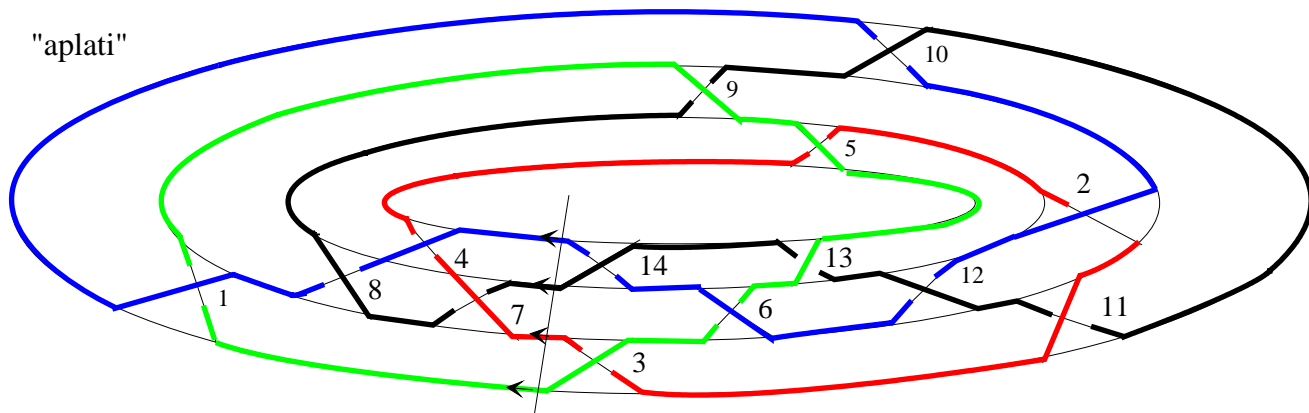


Borro à 4 cp (présentation habituelle)

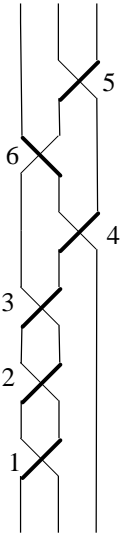




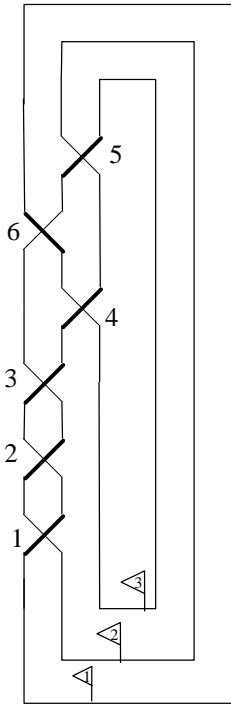
"aplati"



tresse

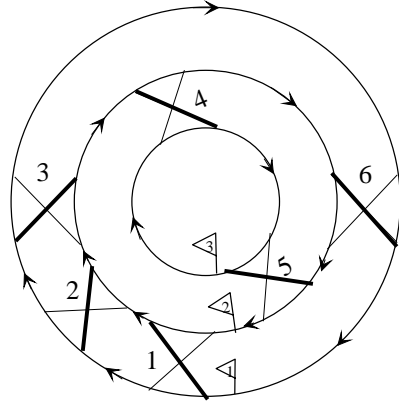


tresse fermée

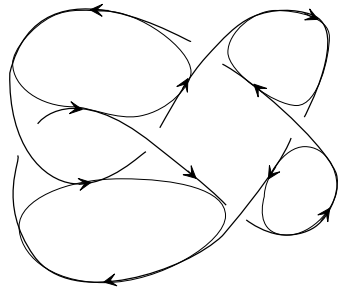


1 composant

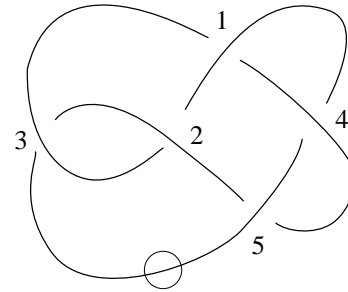
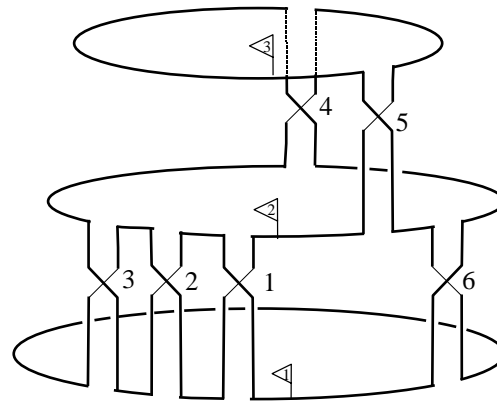
tresse fermée (autre présentation) et ses 3 cercles de Seifert



noeud de Lacan et ses 4 cercles de Seifert



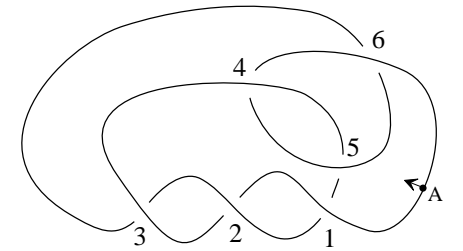
cercles de Seifert disposés en étages



5_2^1 "noeud de Lacan"

dual

mise à plat



réduction du nombre de croisements

