

Une suite nodale

1, 2 et 3

Il s'agit de présenter la suite chiffrée de J.H. Conway, sous la forme de diagrammes de nœuds. Avant cela, nous allons reprendre la lecture de G. Deleuze (1) puisqu'il y est aussi question de diagrammes et de 1, 2 et 3.

A propos des triptyques de F. Bacon (2), G. Deleuze écrit : « y a-t-il un ordre dans les triptyques, et cet ordre consiste-t-il à distribuer trois rythmes fondamentaux, dont l'un serait comme le témoin ou la mesure des deux autres ? ». Selon Bacon, la peinture ne doit produire aucune narration, illustration ni représentation ; et Deleuze finit par écrire que tout ce qui est peint par Bacon a la structure d'un triptyque.

Le simple tableau comporte, en un, trois éléments et met en jeu un double mouvement : de la structure à la figure et de la figure à la structure. La fonction du contour, y est essentielle puisqu'il permet trois opérations : l'isolation, la déformation et la dissipation.

Dans le diptyque, ces phénomènes d'isolation, de déformation et de dissipation sont aussi à l'œuvre. Cependant, plongées par des forces dites d'accouplement dans un espace proche de celui d'un enlacement torique, les figures sont amenées à d'autres échanges.

Le triptyque ne raconte rien. Par contre, souvent « mis sous verre », les trois panneaux nous renvoient le contour de notre image. De gauche à droite et inversement, il n'y pas d'ordre et le tableau central n'a pas de rôle univoque. Les constantes impliquées changent dans chaque œuvre. Les éléments restent séparés, mais ne sont pas isolés. Le cadre et les bords ne renvoient plus à « l'unité limitative de chacun, mais a l'unité distributive des trois ».

Le triptyque est mouvement de mouvements qui dérivent de forces qui s'exercent sur le ou les corps. Ce n'est plus la figure qui rejoint la structure, ni les personnages entremêlés. Les rapports entre les figures sont projetés sur l'aplat mis en jeu par « la couleur univoque et la lumière crue ». Bacon se sert d'un principe général en peinture : le maximum d'unité de lumière et de couleur pour un maximum de division des figures. Il en résulte qu'une réunion sépare. « Les êtres-figures se séparent en tombant dans la lumière noire. Les couleurs-aplats se séparent en tombant dans la lumière blanche » nous dit Deleuze, « tout devient aérien dans ces triptyques de lumière, la séparation même est dans les airs. Le temps n'est plus dans le chromatisme des corps, il est passé dans une éternité monochromatique ».

Après avoir donné des exemples où « figurent », souvent par deux, des témoins explicites, Deleuze insiste sur la logique impliquée par la fonction-témoin qui diversifie le mouvement et substitue les personnages les uns aux autres.

(1) J-M. Mack « posture spéculaire » octobre 2015, « de la figuration à la figure » décembre 2015 et « le diagramme » octobre 2016

(2) G. Deleuze, Seuil 1981, notre commentaire porte sur le chapitre 10, « Note : qu'est-ce qu'un triptyque ? », nous écrivons le mot « figure » sans majuscule, les citations concernent sans ordre les pages 73 à 81

Dans le triptyque, coexistent trois figures rythmiques dont il distingue deux modalités : un témoin superficiel et un témoin plus profond, appelé aussi témoin figural. Il y a échange de la fonction-témoin, qui ne cesse de circuler dans le tableau.

Dans un premier temps, celui qui voit et observe le témoin superficiel, souvent latéral, est le témoin profond, figural, défini par son horizontalité et sa stabilité. Le témoin profond devient alors témoin rythmique et quitte sa posture précédente active ou passive : « les personnages couchés ont souvent un reste émouvant d'activité ou de passivité.. ils s'alignent sur l'horizontale, mais non sans garder une pesanteur ou une vivacité, une détente ou une contraction qui viennent d'ailleurs..ou bien, plus fréquemment, c'est la même figure accouplée qui comporte un corps actif et un corps passif.. ».

Autrement dit, dans les triptyques, le diagramme horizontal produit un « rythme-témoin à valeur constante » : sourire, translation, corps couché(s), accouplés. Deleuze précise, il y a une loi du triptyque : « une fonction-témoin se pose d'abord sur des personnages apparents, mais les quitte pour affecter plus profondément un rythme devenu personnage, un rythme rétrogradable (3)... ».

Libéré, le témoin apparent change également de fonction et donne par exemple l'impression d'être sur le point de s'élaner ou de tomber. Il passe alors à son tour dans un rythme actif ou passif. Rétrogradation l'un de l'autre, localement envers de l'endroit, ces rythmes évoluent au regard de la valeur commune et constante du rythme témoin, globalement rétrogradable en lui-même et issu du témoin profond. Les variations rythmiques des témoins apparents sont verticales : descente-montée, contraction-extension, expansion-écoulement, dilatation-rétrécissement, deux couleurs (par exemple : rose/rouge avec du bleu constant au centre), nu-habillé, couvert-découvert, valeur ajoutée-retirée, jet de peinture au hasard-effacement, directions opposées dans l'espace...

Le rythme passif se fonde réversivement sur le rythme actif qui « est la chute, mais ce n'est pas forcément une descente dans l'espace, en extension. C'est la descente comme passage de la sensation, comme différence de niveaux ».

La passe peut-elle correspondre à la circulation du témoin dans le tableau ?

La fonction de la parole produit « ce qui s'éprouve dans la chute ». La passe, supplément d'acte transmet une béance, à l'instar de la fonction-témoin, « rythme devenu personnage » qui ne cesse d'échapper. Par leurs diversités et variations, les rythmes actifs et passifs sont endossés par les témoins apparents qui se libèrent et sont comme deux passeurs qui rencontrent un jury témoin rythmique qui relance la mise en mouvement du réseau signifiant.

Suite

Présentons tout d'abord la suite chiffrée de J.H. Conway (4) où g, la « graine », le premier élément prend pour valeur : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ou 0. Tout chiffre, tout nombre, toute lettre peut servir de graine. L'essentiel est de lire, dire puis inscrire combien de fois se répètent les éléments perçus. Il s'agit de la séquence « look and say » (5).

(3) Souligné par nous et référence à O. Messian, « technique de mon langage musical », éd. A. Leduc, 1944

En musique, une rétrogradation consiste à reprendre une phrase rythmique en commençant par la fin et en la lisant à l'envers. Dans le travail harmonique, un rythme non rétrogradable est une phrase rythmique qui, tel le palindrome, est identique à sa rétrogradation : la forme est la même, lue de gauche à droite ou de droite à gauche. A contrario, les rythmes rétrogradables ont une forme lue de gauche à droite différente de celle lue de droite à gauche.

(4) Parmi les nombreuses reprises concernant le travail de J.H. Conway, citons par exemple l'enseignement en 1995 de M. Martin et B. Martinez, Université Marseille II

(5) J.H. Conway et R.K. Guy, " the look and say sequence", book of numbers, Springer-Verlag, New York, 1987

Une temporalité est en jeu, en voici le principe :

x est tracé, il n'y en a qu'un, il est nommé « un x » et écrit « 1x ». La verbalisation participe à la figuration tout autant que l'écrit. Dans « 1x », qui est lu et vocalisé, il y a « un 1 » et « un x », donc la suite est « 111x ». Ainsi de suite, on lit « trois 1 » et « un x », ce qui donne « 311x », puis « 13211x ». Dans la suite où x (la graine)=1, à partir de la ligne 4, le bord droit est une suite de 211 et 221, le bord gauche commence de ligne en ligne par 1, 1 et 3. Chaque étape a un nombre pair d'éléments, excepté bien entendu le premier.

Nous insistons d'emblée sur la place fonctionnelle que prennent à la fois 211(ou 112 puisque s'y réitèrent « deux uns ») et 31 ou 13. En effet, ces éléments inscrivent le 4 sur un mode que nous évoquerons plus loin. Voici la suite dont la graine est 1 :

	g croisements
	1 1
	11 2
	21 3
	1211 5
	111221 8
Apparition du 3	312211 10
2x4 éléments : le 2 indique une limite	13112221 13

La suite se scinde en 2 parties indépendantes (entre le 2 et le 1: à droite, il y a un 1 et un 3, à l'étape suivante trois 1 et un 3, puis un 3 et deux 1..) :

	1113 2 13 211	16
	3113 12 11131221	23
	1321131 112 3113112 211	32
	11131221133 112 132113212221	44
D'autres sous-parties se forment :	31131122 2 1232 112 111312211312113 211	56
	132113213 2 111213122 112 311311222113111221131221	76
	111312 2 1131211131 2 3112111311222 112 1321132132211331222113112 211	
	31131122 2 113111231131 112 132112311321322 112 11131221131211132221231132211321	
	2221	
	132113213 2 11331121321133 112 1113122112132113121113222 112 311311222113111231	
	1332111213211322211312113 211	

De fait, quelque soit la graine, après chaque scission ce sont les mêmes motifs qui apparaissent et s'enchaînent. Ils sont dénombrables, il en existe 94 que Conway a mis en relation avec les éléments chimiques naturels selon ce qu'il a appelé une suite « audioactive » (6).

Notons ici au passage quelques-unes des caractéristiques de cette suite. L'élément le plus simple, l'hydrogène est noté 22 ; et, par exemple, la ligne qui succède au manganèse 3113322112 est un composé 132123222112 fait de prométhium 132 et de sodium 123222112. A chaque étape de la suite, le nombre de chiffres est multiplié en moyenne par 1,303577269... nombre algébrique de degré 71.

Conway en déduit une constante d'expansion :

$\lambda=1,30357726903429639125709911215255189073070250465940487575486139062855088785246155712681576686442522555...$ Il s'agit de l'unique solution réelle positive de l'équation polynomiale suivante :

$$x^{71} - x^{69} - 2x^{68} - x^{67} + 2x^{66} + 2x^{65} + x^{64} - x^{63} - x^{62} - x^{61} - x^{60} - x^{59} + 2x^{58} + 5x^{57} + 3x^{56} - 2x^{55} - 10x^{54} - 3x^{53} - 2x^{52} + 6x^{51} + 6x^{50} + x^{49} + 9x^{48} - 3x^{47} - 7x^{46} - 8x^{45} - 8x^{44} + 10x^{43} + 6x^{42} + 8x^{41} - 5x^{40} - 12x^{39} + 7x^{38} - 7x^{37} + 7x^{36} + x^{35} - 3x^{34} + 10x^{33} + x^{32} - 6x^{31} - 2x^{30} - 10x^{29} - 3x^{28} + 2x^{27} + 9x^{26} - 3x^{25} + 14x^{24} - 8x^{23} - 7x^{21} + 9x^{20} + 3x^{19} - 4x^{18} - 10x^{17} - 7x^{16} + 12x^{15} + 7x^{14} + 2x^{13} - 12x^{12} - 4x^{11} - 2x^{10} + 5x^9 + x^7 - 7x^6 + 7x^5 - 4x^4 + 12x^3 - 6x^2 + 3x - 6 = 0$$

La suite de Conway étonne. L'impossibilité d'obtenir 4 chiffres identiques quelque soit g surprend. En effet, dans la présentation où g=1, 4 n'apparaît jamais. Plus globalement, quelque soit g, le chiffre 4 ne peut se construire à partir de la ligne précédente. Par exemple, 1111 devrait se lire 41, or la ligne 1111 n'existe pas : 1 s'écrit 11 qui se lit forcément 21 et 111 devient 31. 4 peut servir de graine mais l'on obtiendra jamais 4444. Si g=4, la suite est 4, 14, 1114, 3114 avec une apparition plus rapide du 3. Donc, xxxx est impossible, de même que yxxz, xxxyyy, 333, 313 ou 323. La suite g=22 est bien sûr constante, soit des lignes de 22.

Le chiffrage impose une rupture entre 3 et 4. Seule la temporalité est à considérer comme quatrième terme : « look and say ». L'instant de voir la trace, entraîne une lecture. Le temps pour comprendre c'est nommer ce tracé. Puis, l'observation de ce nouvel écrit crée une hésitation et une première scansion (est-ce bien ainsi qu'il s'agit d'écrire ce que j'ai vu, lu et vocalisé ?). Refaire le raisonnement amène ainsi à une deuxième scansion qui va se conclure par l'établissement d'un tracé plus assuré qui, à son tour, reste à traduire dans la suite dont l'articulation indéfiniment répétée produit de la coupure.

Autrement dit, il s'agit de l'organisation d'une dérivation discontinue. D'une ligne à l'autre, d'une phrase à l'autre, les rapports changent : ce qui ne se voyait pas avant se voit après. Un vide opératoire, en tant qu'hypothèse, dépend des conséquences qu'il met en œuvre. L'indication provoque un acte qui produit une nouvelle saisie, terme d'une coupure potentielle. Ce qui nous semble possible d'écrire :

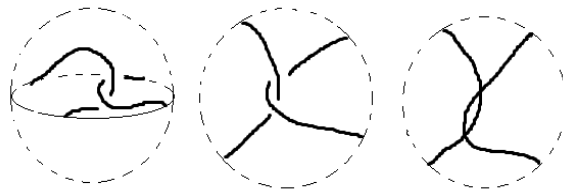
{« y a d'l'un » 1 → (nomination, en acte d'être vocalisé : un 1 → résultat, donner consistance : 11)}

La suite de Conway est composée de 1, 2 et 3, et l'idée nous est venue de substituer aux chiffres, des croisements faits de 1, 2 ou 3 dessus/dessous. Les questions qui se posent sont les suivantes : par quels schémas figurer la saisie de la suite ? La consistance nodale maintient-elle la distinction entre 3 et 4 ?

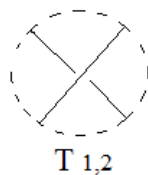
(6) J.H. Conway, « the weird and wonderful chemistry of audioactive decay », Eureka n°46, 1988

Tangles

Ce que Conway nomme « tangle » (enchevêtrement) est un diagramme qui présente un ou plusieurs croisements correspondant à un ou plusieurs composants. Globalement, les « k-tangles » rendent compte des chaînes et des nœuds plongés dans l'épaisseur de surfaces closes sphériques, et servent aussi de base à la classification des nœuds virtuels :



Conway utilise principalement des 2-tangles qui correspondent donc à un enchevêtrement fait de 2x2 brins latéraux (2 à droite, 2 à gauche), k est le nombre de brins divisé par 2 et n le nombre de croisements. Si k=2 et n=1, T_{n,k} est chiffré T_{1,2} :



En extension, il s'agit de k-tangles (7) dont voici des exemples où k=3 puis 4 :



k=2 n=7 suite 232



k=3 n=10 suite 221122



k=4 n=10 suite 2111212

Les chiffres 1,2,3 se traduisent ainsi par :



T_{1,2}



T_{2,2}



T_{3,2}

un 3 composé existe



T_{3,2}

T_{nk}

Chiffres

1

2

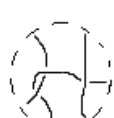
3

21

Il faut savoir qu'en 3-tangles, il y a d'autres 3 que nous n'utiliserons pas pour l'instant :



T_{3,3}

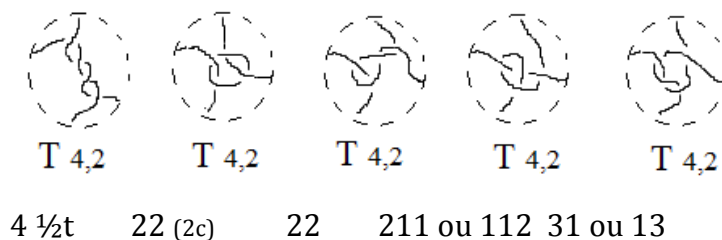


T_{3,3}

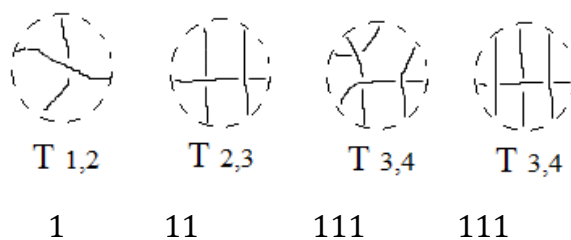
(7) Classification of k-tangle projections, A. Bogdanov, V. Meshkov, A. Omelchenko, M. Petrov University, St Petersburg, 2013

D'emblée, remarquons qu'en 2-tangles on peut obtenir du 4.

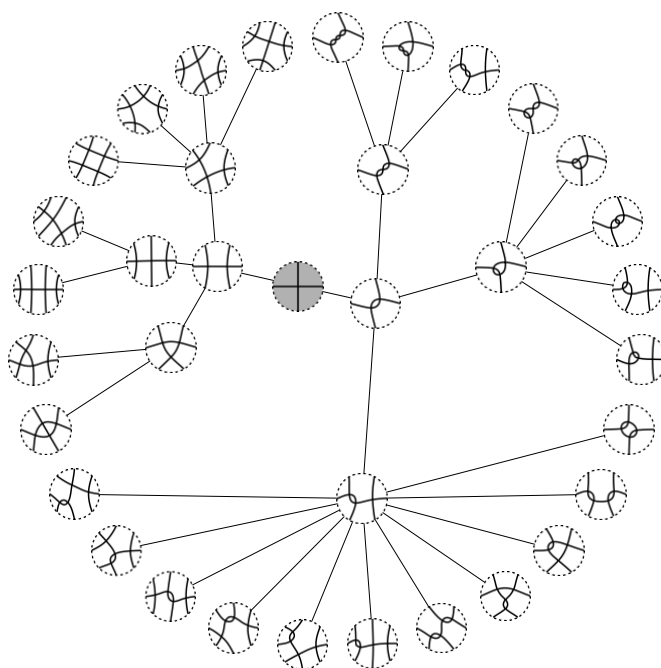
4 ½ torsions représentent directement le chiffre 4, deux consistances (2c) font apparaître 22. Dans les suites que nous construisons, certains T 4,2 se sont imposés comme composés équivalents à un 4 :



Le chiffrage de la suite de 1 présente quelques difficultés de figuration. En effet, dans la succession logique des k-tangles, on obtient des 2, 3, et 4-tangles (soit 4, 6 et 8 brins) :



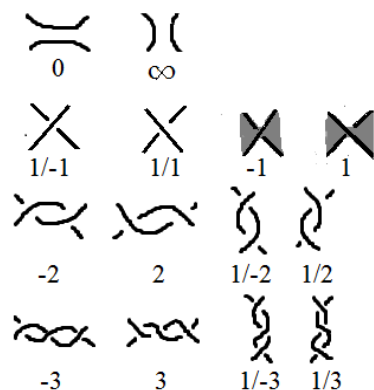
A titre d'exemple, voici l'extension de ces multiples combinaisons proposée en arborescence par les auteurs déjà cités (7).



Arbre de la généalogie des tangles sans les dessus/dessous

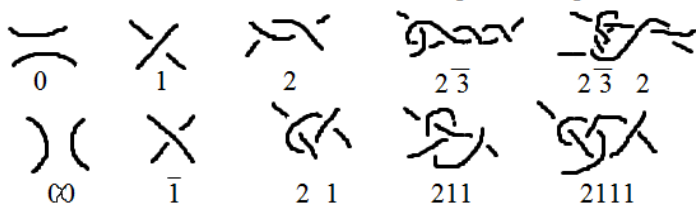
Cet article liste les k-tangles suivants : T 4,5, T 5 (k prend successivement les valeurs 2,3,4,5 et 6), puis T 6,2 T 6,3 T 7,2 T 7,3.

Nous présentons ici ce travail en 2-tangles dont les croisements sont uniquement alternés. Il s'agit de suites de mises en continuité d'enchevêtrements dont la notation, basée sur celle de Conway, a été légèrement modifiée :

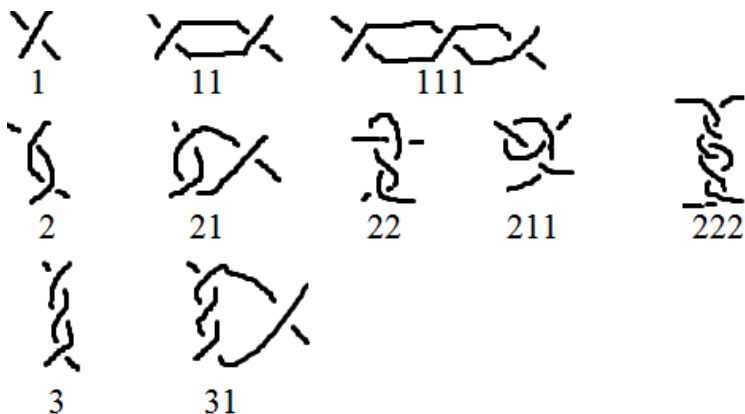


chiffage rationnel des tangles élémentaires

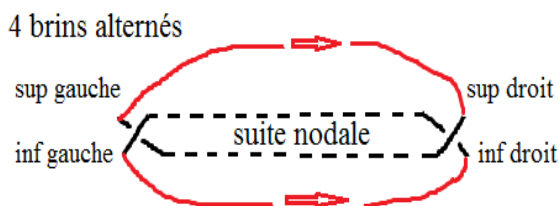
croisements de base des enchevêtrements présentés par J.H. Conway



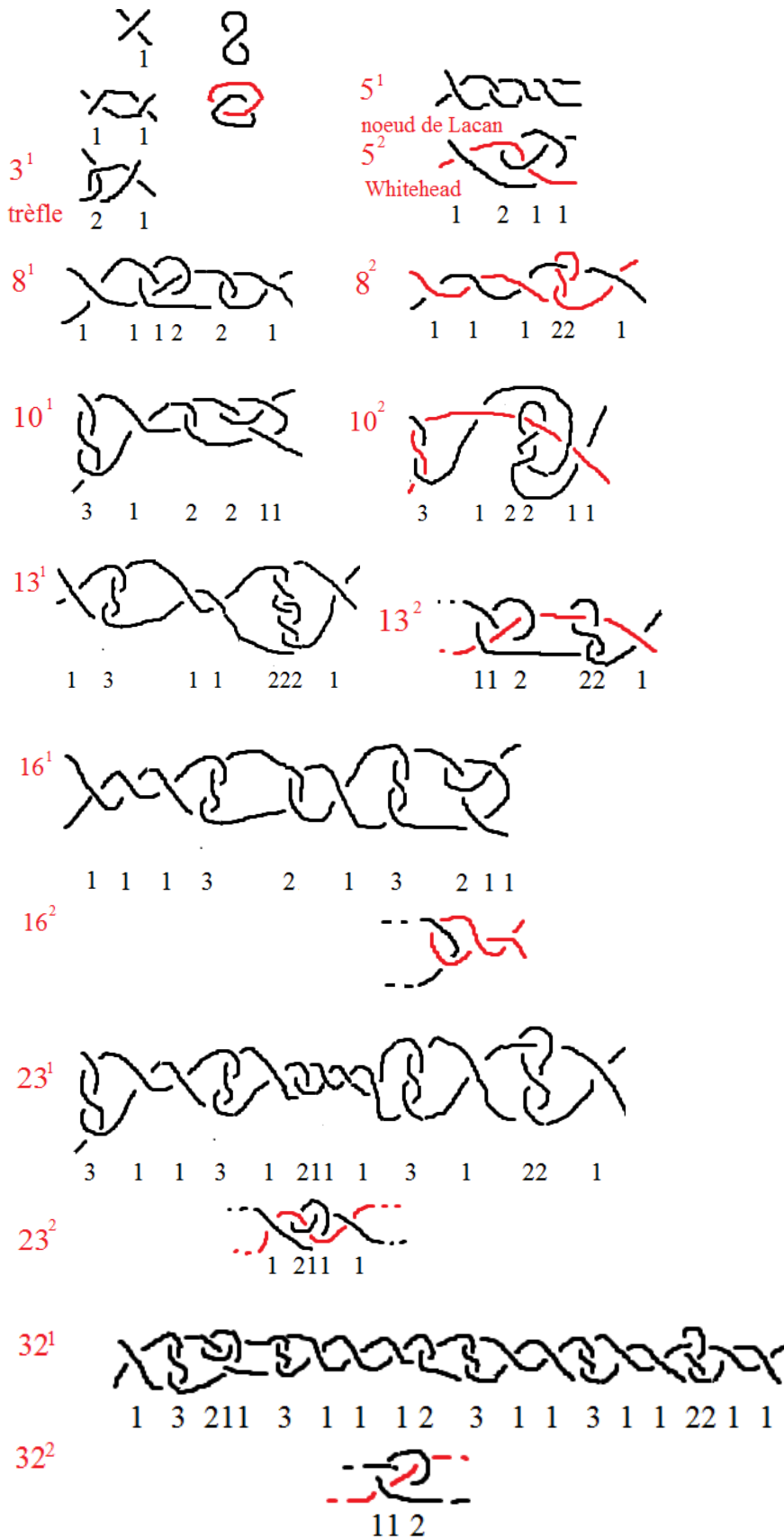
Pour la suite nodale dont la graine est 1, nous avons besoin de 1, 2 et 3 mais aussi de 11, 111, 112 ou 211, 21 ou 12, 22, 222, 31 ou 13. Il n'y a pas de 4, 1111, 2222, 3333, 333. Les 22 et 222 sont suivis de 1 et précédés de 1 ou de 3. Nous en déduisons ainsi notre propre chiffage :

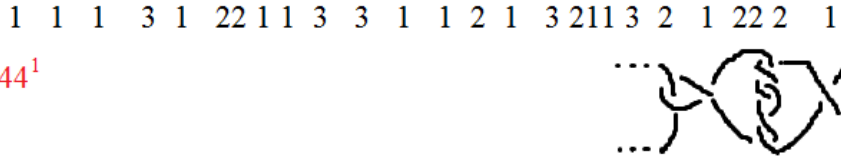
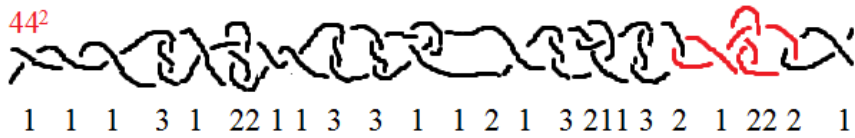


Afin de vérifier le nombre de consistances contenues dans ces diagrammes, il suffit de joindre les bords alternés par deux mises en continuité en évitant la création de nouveaux dessus/dessous. L'une concerne les brins supérieurs droit et gauche ; l'autre, les brins inférieurs droit et gauche :

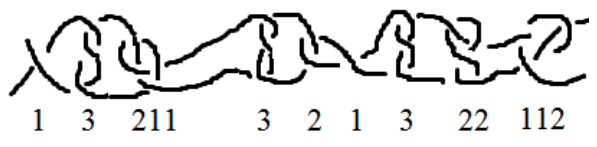
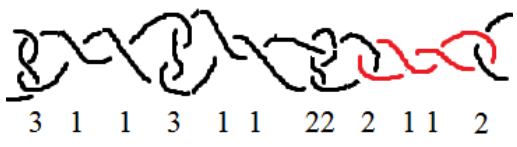
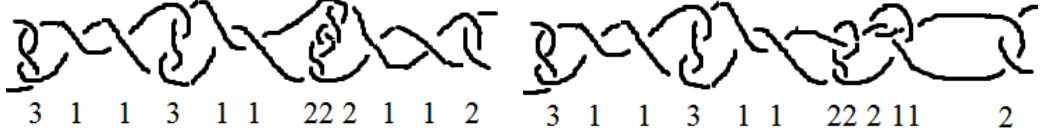
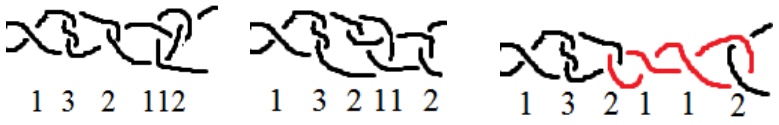
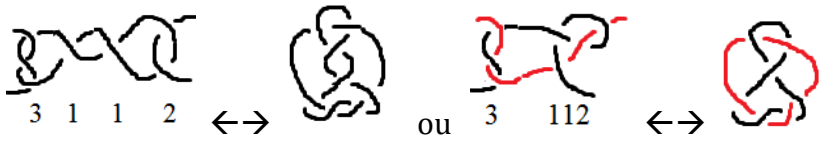
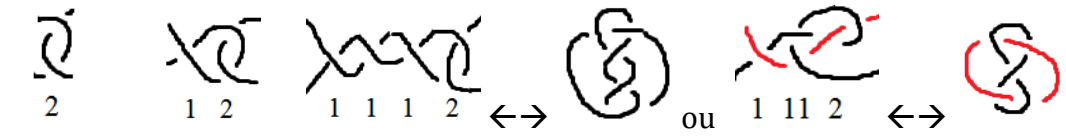


Voici la suite des lignes d'enchevêtrements de 1 à 44 croisements alternés dont la graine est 1. La mise en continuité du 1 donne un huit intérieur ; celle de 11, un enlacement. Le 3 composé de 21 est un trèfle. A partir de 5 dessus/dessous, soit 1211, apparaît une possible deuxième consistance puisqu'il existe deux modes de présentation de l'ensemble 211 :

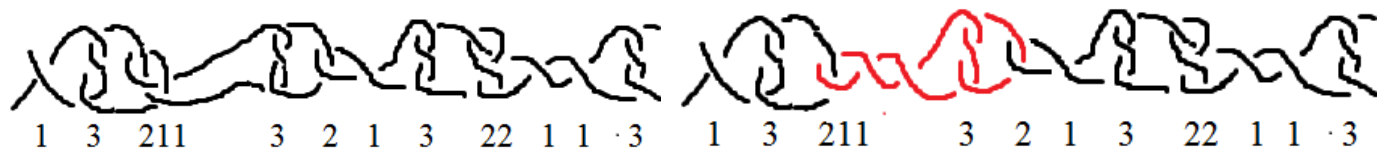
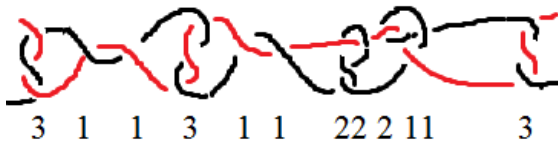
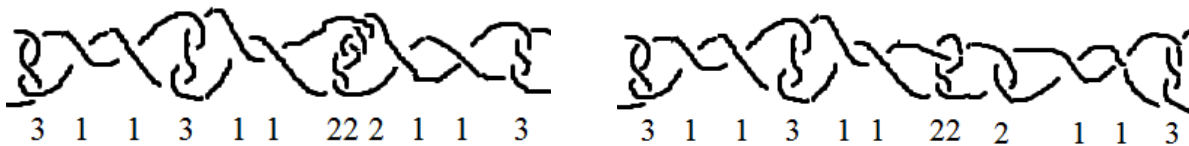
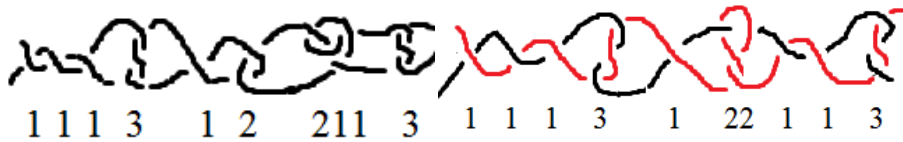
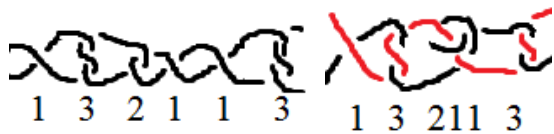
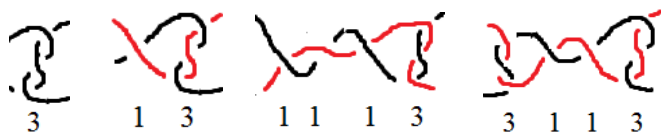




$g=2$:



g=3



En conclusion provisoire, les mises en continuité dessinent des séries distinctes de tresses (8). Ces suites d'enchevêtrements forment le trajet discontinu d'une structure codifiée par un mode de comptage, de lecture, d'écriture et de coupure qui s'épuise à rendre compte du réel.

Si la construction nodale ne met en évidence aucun 4 (en tant que $4 \frac{1}{2}$ torsions), les enchaînements de dessus/dessous produisent par contre des séquences précises (T 4,2). Il s'agit des éléments 112, 211, 13, 31; témoins de la présence du 4. En particulier, la substitution de l'une à l'autre des deux présentations de 211 et les arrangements nécessités par le 22 (élément neutre de la suite) dans ses rapports aux 1 et au 2, créent de l'enlacement, soit une fixité supplémentaire, tout en subvertissant l'organisation de chaque ligne.

(8) présentation de la « quaterresse » et nouages de tétraèdres, séance du 18/1/77, J. Lacan séminaire « l'insu... » staferla