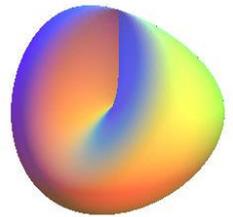


Le "bonnet croisé". Rappels

I Mathcurve

Dans mathcurve.com le "bonnet croisé" est défini comme plan projectif réel

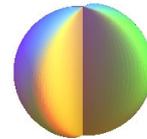
BONNET CROISÉ
Cross-cap, Kreuzhaube



D'après mathcurve: "C'est la plus simple immersion du plan projectif réel dans R^3 "

"Certains auteurs désignent par bonnet croisé un bonnet croisé troué : C'est alors vraiment un bonnet au sens physique, mais d'un point de vue topologique, c'est un ruban de Möbius."

"Il ne faut pas confondre le bonnet croisé avec le pseudo bonnet croisé :



"

II Fréchet p.48

Pour Fréchet le bonnet croisé "n'est pas autre chose que la moitié supérieure de la surface de la figure 25"

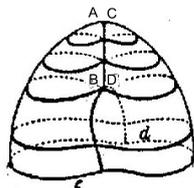


Fig. 49.

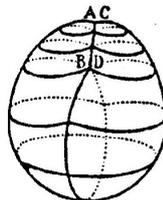


Fig. 25.

(Fréchet ne parle pas de plan projectif.)

La "moitié supérieure" en question c'est le plan projectif troué une fois. (C'est une bande de Moebius autotraversée).

III J-M V Etoffe p 304

Nous appelons cross-cap (ou bonnet croisé)¹ cette étoffe constructible en dimension trois, à partir par exemple d'une nappe de nankin.

Il s'agit simplement d'une sphère pincée ou cousue le long d'une ligne de manière partielle.

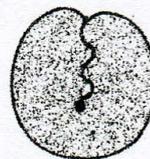


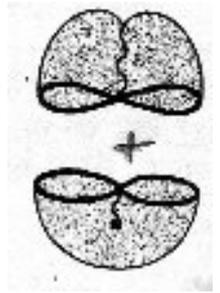
Fig. 1

.....
1. Certains appellent cross-cap cet objet percé d'un trou soit, d'après notre chapitre II, une bande de Möbius immergée. Or la bande de Möbius peut être plongée dans l'espace de dimension trois. Ainsi nous ne voyons pas l'intérêt de consacrer une étude à une de ces immersions (voir GeorGIN, *Littoral* n° 17, p. 164).

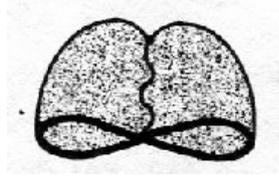
La "calotte croisée"

Si on coupe plus haut que Fréchet (au-dessus du point B D), on obtient les surfaces suivantes

cf J-M V. Etoffe p.305

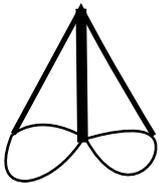


Je m'intéresse à la partie supérieure:

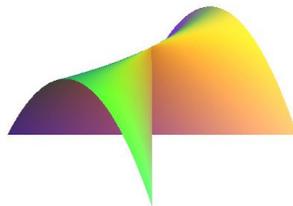


Puisque, suivant les auteurs, "bonnet croisé" peut désigner un plan projectif, un crosscap, mais aussi le plan projectif ou le crosscap troué c'est à dire une bande de Moebius, pour éviter les confusions j' appellerai la surface à laquelle je m'intéresse "*la calotte croisée*" et j'appellerai "*bonnet croisé*" le plan projectif avec un trou.

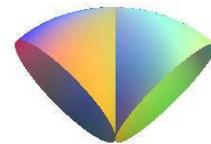
Autres présentations obtenues par déformation de la calotte croisée:



"cône en huit" Soury
(transcription J.Lafont p.8)



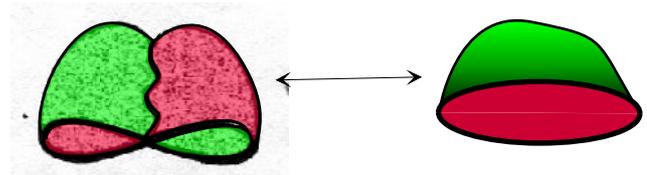
"parapluie de Witney"
(mathcurve.com)



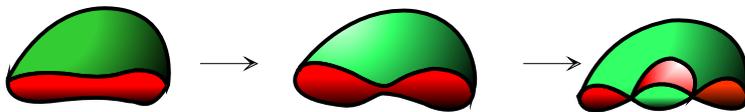
"vue du segment d'auto-intersection terminée par le point pince"
(mathcurve.com)

Orientabilité

A La calotte croisée est orientable
car elle est équivalente à une calotte sphérique
c'est à dire équivalente à un disque



Démonstration (principe)



cf Petit (Retournement de la sphère)

B Le bonnet croisé avec ses variantes est équivalent à une bande de Moebius. il n'est donc pas orientable

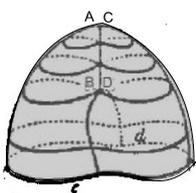
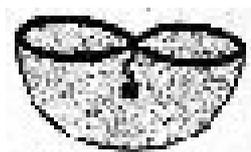


Fig. 49.

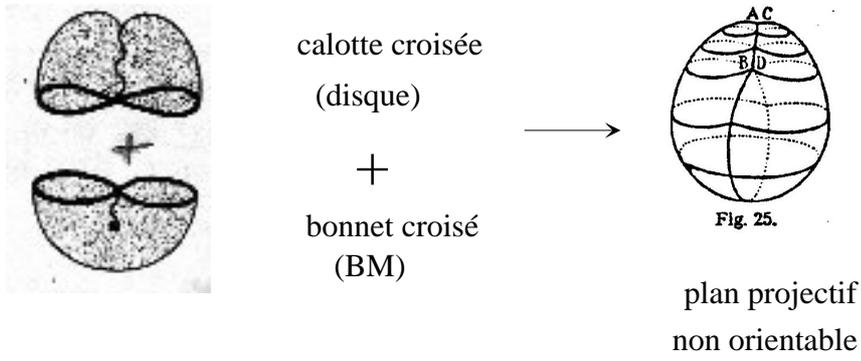


Démonstration

(voir Darmon Topologie lacanienne p.434)

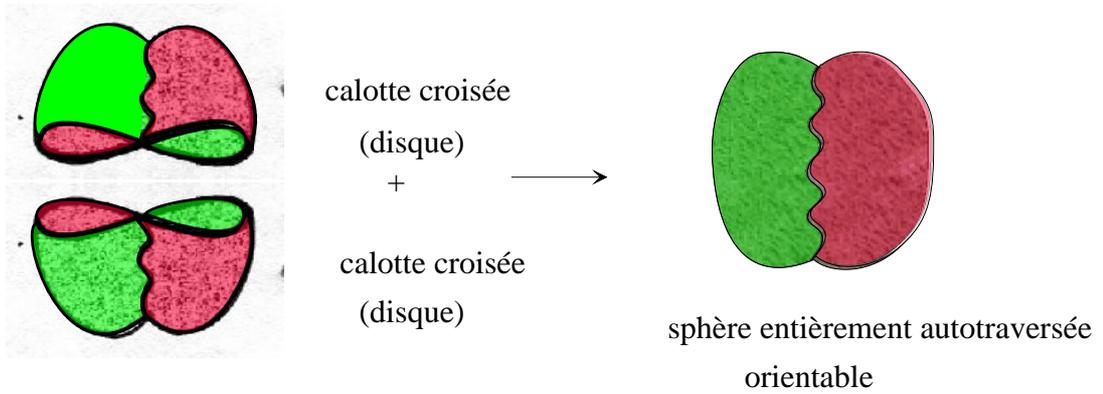
Montages

A Plan projectif

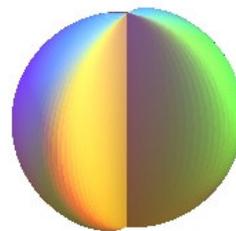


La sphère est partiellement autotraversée

B Sphère entièrement autotraversée

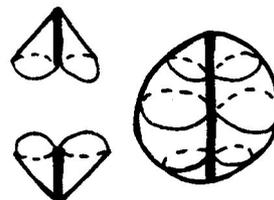


alias "le pseudo bonnet croisé" de mathcurve



cf aussi Soury ibid p. 25

Un montage possible de ces deux cônes en huit donne une sphère qui se traverse elle-même :



Références

M. Fréchet et K. Fan, *Introduction à la Topologie Combinatoire* Librairie Vuibert (1946)

B. Morin et J.-P. Petit, "Le retournement de la sphère" in *Pour la Science* (n°15, 1979)

P. Soury, *Chaînes, noeuds, surfaces* Cours année 1980-1981 transcrit par Jeanne Lafont (1982)

J.M. Vappereau, *Etoffe* Topologie En Extension (1988)

M.Darmon, *Essais sur la topologie lacanienne* Editions de l'Association Freudienne (1990)

<http://www.mathcurve.com/>