<u>Mémo 3.1</u>

Le Borro sur le 3-tore

<u>Problème</u> : Trouver la surface close sur laquelle on peut inscrire un noeud donné ("inscrire" c'est à dire tracer le trajet du noeud sur la surface sans interruption ou recoupement) de façon que si on découpe cette surface suivant le tracé du noeud, on obtient une surface avec le noeud comme bord et un ou plusieurs disques comme reste.

Les disques ("disque" au sens large) dont il s'agit sont des surfaces orientables, ayant un seul composant de bord et la caratéristique d'Euler k=1.
Ils comportent ou non des plis ou des auto-traversées.
Lorsque un disque ne comporte ni pli, ni auto-traversée, on a affaire à un disque découpé à l' "emporte-pièce"(R.L.).
Le disque est alors une simple "pastille" ou rondelle".

Exemple : On peut inscrire un noeud trèfle sur une surface de Boy et la coupure de la surface suivant le tracé du trèfle donne un bande de Moebius triple et un disque.

Contre exemple :
On sait qu'en général, les noeuds peuvent s'inscrire sur un tore ou un multitore
Le noeud borroméen est inscriptible sur un 3-tore. Mais, l'inscription et le découpage du noeud borroméen sur le 3-tore <u>n'est pas</u> une solution du problème évoqué.

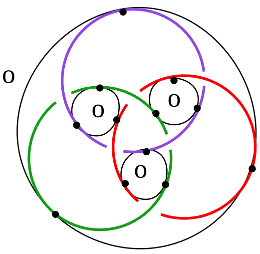
p.m. : INSCRIPTION DU NOEUD BORROMEEN (6.3.2) SUR LE 3 -TORE

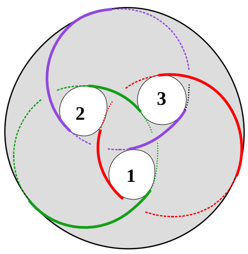
Méthode :

1) marquer un point entre un dessus et un dessous sur le tracé du noeud

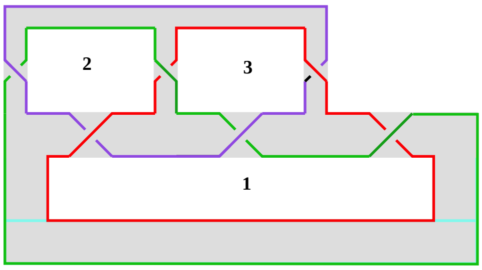
2) dans les zones o dessiner les cercles tangents aux arcs aux points déterminés ci-dessus
   les points de tangence indiquent le passage d'un dessus à un dessous

o





ou



3) les zones o numérotées 1, 2 et 3 indiquent l'emplacement des "trous extérieurs" d'un 3-tore sur lequel le noeud borroméen peut s'inscrire.

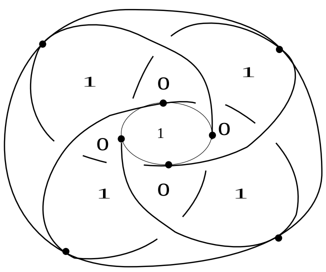
Autres exemples :

On peut inscrire la double boucle du huit intérieur sur un tore (cf Etourdit).
Il en est de même des noeuds :

2^2_1 3^1_1 4^2_1 5^1_1 6^2_1 7^1_1 etc sont des "noeuds toriques". Ils sont inscriptibles sur le tore (qui n'a qu'un seul "trou extérieur")

N.B. Lorsque le noeud est alterné, les "trous extérieurs" des tores sont les zones o (sauf la zone extérieure).

8^1_{19} o

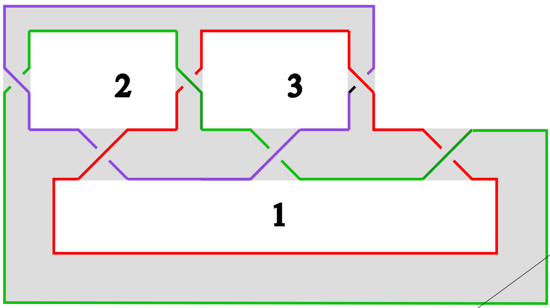


8^1_{19} est un noeud torique non alterné

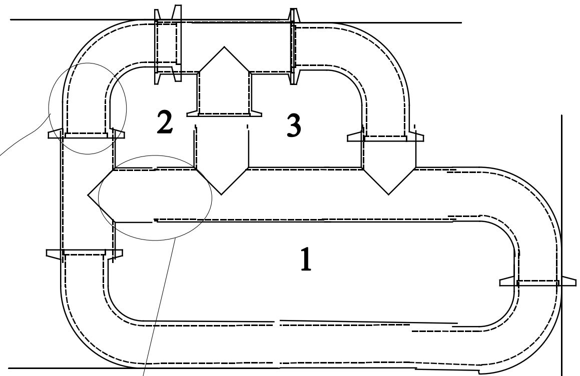
(et le "trou extérieur" du tore ne correspond pas à une zone o)

p.m. : DECOUPAGE DU 3-TORE SUIVANT LE NOEUD BORROMEEN (6.3.2)

Le noeud borroméen sur le 3-Tore

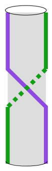


Tuyauterie montée en 3-tore

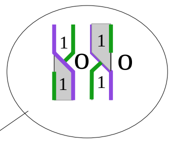


Découpage des tubes le long des tracés

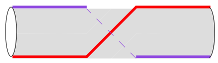
portion de tube



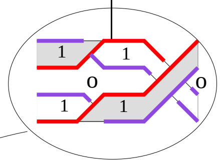
découpée



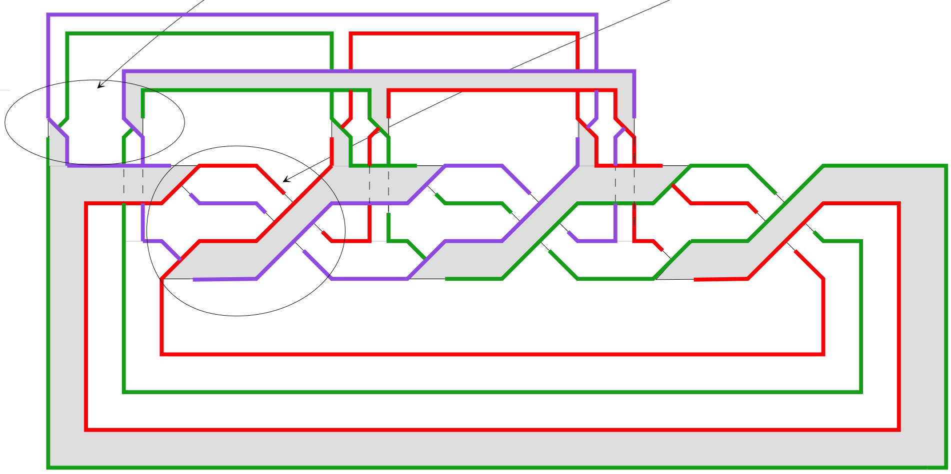
portion de tube



découpée



Découpage du 3-tore (gris à l'extérieur, blanc à l'intérieur) suivant le tracé du noeud



La surface obtenue est <u>d'un seul tenant</u>. Elle n'est donc <u>pas une réponse</u> à notre problème qui est de trouver une surfacc dont le découpage donnerait à nouveau la surface d'empan du borro + 3 disques.

Genre et surface intrinsèque de la surface obtenue par le découpage :

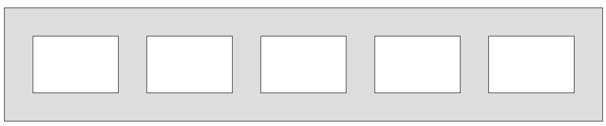
$\boxed{k = \text{nombre de zones 1 (8) - nombre de croisements (2x6)}}$ $k = 8 - 12 = -4$

et $\boxed{G = 1/2\,(2 - k - cp)}$ $G = 1/2(2 + 4 - 6) = 0$ $cp = 6$ (2x3=6 composants de bord)

La découpe du 3-tore selon le tracé du borro donne une surface orientable de genre 0.

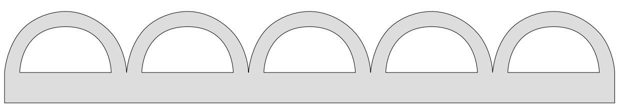
0 est le genre de la sphère.

La surface intrinsèque de cette surface est donc une sphère trouée 6 fois.



cf Etoffe p.229

ou



disque muni de 5 bandes

$k = 1 - a = 1 - 5 = -4$

C.H. 13/4/13